

CAPITULO 2

TRANSFORMADOR MONOFASICO DE DOS ENROLLADOS

2.1.- Introducción

En general, un transformador (T/F) es un dispositivo eléctrico formado por un conjunto de bobinas, (enrollados, bobinados) acopladas magnéticamente entre si. Cada enrollado tiene un par de terminales, a través de los cuales puede entrar o salir energía eléctrica.

En forma esquemática, el transformador de dos bobinados se puede representar según la Figura 2.1.

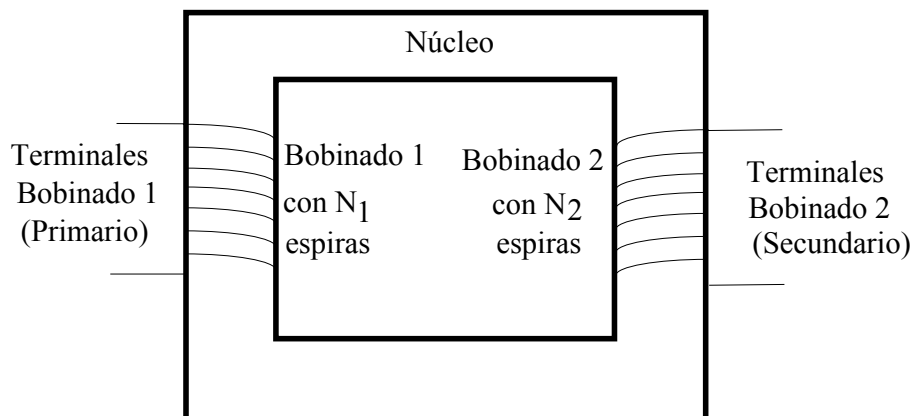


Figura 2.1.- Representación esquemática de un transformador

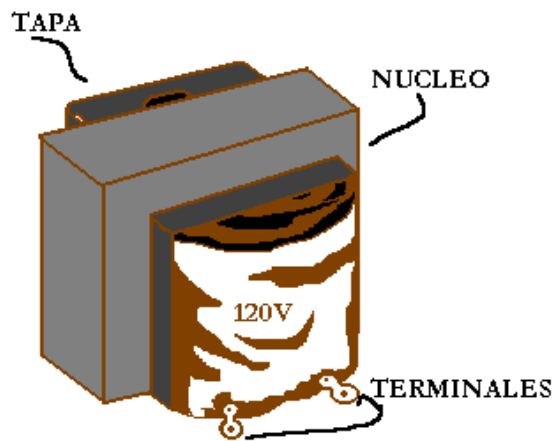
El transformador recibe energía a una cierta tensión (terminales del bobinado 1) y la entrega con muy pocas pérdidas a otra tensión (terminales del bobinado 2) más baja (reductor) o más alta (elevador). Por otra parte, permite aislar eléctricamente dos partes de un dispositivo o de un sistema eléctrico.

Según el área de aplicación, los transformadores se pueden clasificar en tres grupos:

- a) Transformadores de Comunicación:** Usados generalmente como transformadores de salida para equilibrar la impedancia de la carga (Parlante) a la de salida del amplificador con el fin de obtener máxima transferencia de Potencia. En algunos casos se usan también para aislar dos secciones de un sistema.
- b) Transformadores de Medida:** Utilizados para medir altas corrientes ó altas tensiones por medio de instrumentos de escala reducida o bien para alimentar dispositivos de protección de equipos o sistemas eléctricos.
- c) Transformadores de Poder o de Potencia:** Se usan en conjunto con los generadores para una transmisión y distribución eficiente de Energía Eléctrica. Así, para transmitir grandes bloques de Energía entre dos puntos alejados, se requiere elevar la tensión para disminuir la corriente y con ello las pérdidas. Por otra parte, en los centros de consumo, se requieren tensiones de valores más bajos, por lo que se deben ocupar de nuevo los transformadores, para reducirlos. En este curso nos ocuparemos en particular de los transformadores de Poder.

2.2.- Algunos aspectos constructivos

La Figura 2.2 muestra diferentes tipos de transformadores, desde uno monofásico de tamaño y voltajes bajos, hasta el de mayor tamaño que requiere ventiladores de refrigeración exteriores.



a)



b)



c)



d)

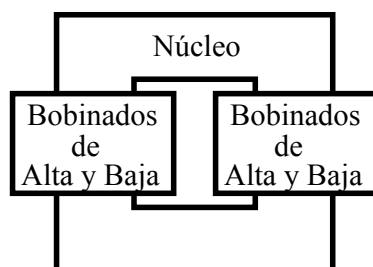


e)

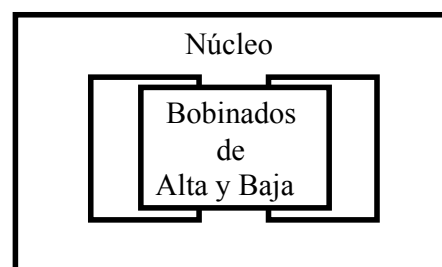
Figura 2.2.- Diversos tipos de Transformadores

Constructivamente se pueden destacar las siguientes partes componentes:

a) Núcleo: Las dos formas fundamentales de estructuras de transformadores son "tipo núcleo" y "tipo acorazado", que se muestran esquemáticamente en la Figura 2.3. La sección suele ser cuadrada ó rectangular (transformadores pequeños) y también circular (transformadores grandes), en los que las láminas se agrupan en capas de anchura variable. Las láminas pueden tener formas de E, L, o I.



a)



b)

Fig. 2.3.- Tipos de núcleo usados en transformadores monofásicos a) Tipo núcleo, b) Acorazado

En algunos transformadores monofásicos de distribución de baja potencia se utilizan 1 o 2 tiras largas de acero enrolladas sobre el bobinado, con el fin de conseguir que el flujo tenga siempre la dirección del laminado y además que no existan entrehierros.

b) Enrollados: Se construyen sobre formas de material aislante impregnado, de adecuada resistencia mecánica. El conductor puede ser redondo (transformadores pequeños) o rectangular (transformadores de gran potencia). En el caso de conductores grandes, éstos se subdividen en hebras aisladas entre si y transpuestas cada cierta longitud, con el fin de reducir la pérdida adicional, producida por la distribución no uniforme de la corriente en el interior de él.

c) Refrigeración y Aislamiento: En los transformadores muy pequeños, la superficie es relativamente grande frente al volumen, por lo que la refrigeración por radiación y por convección natural es suficiente para mantener una temperatura de funcionamiento adecuada. Al aumentar el tamaño, es necesario incrementar la superficie que disipa calor ó proveer medios para forzar la disipación, tal como los ventiladores de la Figura 2.2. e). Además se hace necesario dotar de ductos de ventilación a los devanados y al núcleo. La refrigeración se puede conseguir por aire (con o sin ventiladores) o por aceite (autorefrigerado, refrigerado por aire forzado o agua, o por aceite forzado)

d) Tanques: Los transformadores que emplean refrigeración por aceite, deben tener sus núcleos y devanados encerrados en tanques, contruidos de acero soldado y de formas redonda, ovalada o rectangular. En el volumen del tanque debe quedar un espacio para permitir la dilatación del aceite. En la mayoría de los casos, está constituido por un estanque, llamado de dilatación; ubicado sobre el transformador (Figura 2.2. b).

2.3.- Flujos Magnéticos en el Transformador

En la Figura 2.4. se muestra la situación de un transformador funcionando normalmente, es decir, con su enrollado primario (1) conectado a una fuente de tensión v_1 y el secundario (2) conectado a una impedancia de carga Z_c . Las resistencias óhmicas R_1 y R_2 de los bobinados se han considerado fuera de éstos.

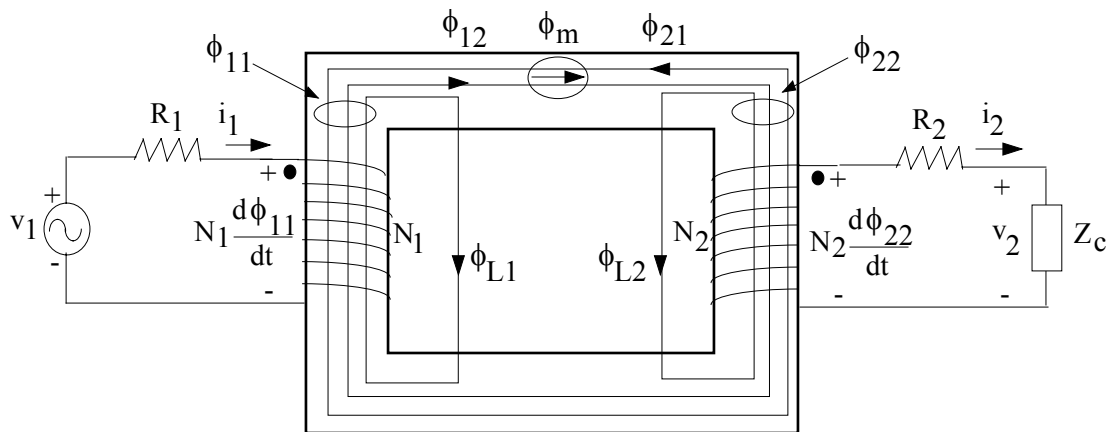


Figura 2.4.- Flujos magnéticos en un Transformador

Los flujos indicados en la Figura 2.4. son:

ϕ_{11} : Flujo enlazado por la bobina 1.

ϕ_{22} : Flujo enlazado por la bobina 2.

ϕ_{L1} : Parte del flujo establecido por la corriente i_1 , que no es enlazado por la bobina 2.

ϕ_{L2} : Parte del flujo establecido por la corriente i_2 , que no es enlazado por la bobina 1.

ϕ_{12} : Parte del flujo establecido por la corriente i_1 , que es enlazado por la bobina 2.

ϕ_{21} : Parte del flujo establecido por la corriente i_2 , que es enlazado por la bobina 1.

ϕ_m : Flujo mutuo, común a los dos bobinados.

Es importante consignar que ϕ_{L1} y ϕ_{L2} (llamados también flujos de fuga o de dispersión) tienen gran parte de su circuito magnético en el aire, por lo que la magnitud de ellos se puede considerar prácticamente proporcional a las corrientes respectivas.

De acuerdo con la Figura 2.4, en el circuito magnético del transformador existen tres fuerzas magnetomotrices (fmm), a saber:

- Fuerza magnetomotriz primaria: $N_1 i_1$, que establece ϕ_{L1}
- Fuerza magnetomotriz secundaria: $N_2 i_2$, que establece ϕ_{L2}
- Fmm resultante: $F_R = N_1 i_1 - N_2 i_2$; que establece el flujo mutuo ϕ_m , enlazado por todas las espiras de los enrollados primario y secundario.

2.4.- Obtención del Circuito Equivalente del Transformador

En la Figura 2.4, se pueden plantear las siguientes ecuaciones:

Para los flujos:

$$\begin{aligned}\phi_{11} &= \phi_m + \phi_{L1} \\ \phi_{22} &= \phi_m - \phi_{L2}\end{aligned}\tag{2.1}$$

Para los circuitos eléctricos:

$$\begin{aligned}v_1 &= R_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} \\ v_2 &= -R_2 i_2 + N_2 \frac{d\phi_{22}}{dt}\end{aligned}\tag{2.2}$$

Combinando (2.1) y (2.2) se tiene:

$$\begin{aligned}v_1 &= R_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_{L1}}{dt} + N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \\ v_2 &= -R_2 i_2 - N_2 \frac{d\phi_{L2}}{dt} + N_2 \frac{d\phi_m}{dt}\end{aligned}\tag{2.3}$$

Sea:

$$\begin{aligned}e_1 &= N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \\ e_2 &= N_2 \frac{d\phi_m}{dt}\end{aligned} \Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} = a\tag{2.4}$$

donde “a” se denomina “razón o relación de transformación” del transformador, la que como se aprecia, depende exclusivamente del número de espiras de ambos bobinados. Reemplazando en (2.3) e introduciendo la derivada de la corriente se obtiene:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= R_1 i_1 + N_1 \frac{d\phi_{L1}}{di_1} \frac{di_1}{dt} + e_1 \\
 v_2 &= -R_2 i_2 - N_2 \frac{d\phi_{L2}}{di_2} \frac{di_2}{dt} + e_2
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Según lo planteado, ϕ_{L1} y ϕ_{L2} son prácticamente proporcionales a i_1 e i_2 respectivamente, por lo que se puede escribir finalmente:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= R_1 i_1 + L_{L1} \frac{di_1}{dt} + e_1 \\
 v_2 &= -R_2 i_2 - L_{L2} \frac{di_2}{dt} + e_2
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

en que:

$$\begin{aligned}
 L_{L1} &= N_1 \frac{d\phi_{L1}}{di_1} \\
 L_{L2} &= N_2 \frac{d\phi_{L2}}{di_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

son las inductancias de dispersión o de fuga de los bobinados 1 y 2.

Para las corrientes se tiene:

$$F_R = N_1 i_1 - N_2 i_2 \tag{2.8}$$

Si escribimos la Fuerza magnetomotriz resultante F_R como $N_1 i_0$, la expresión (2.8) queda:

$$N_1 i_0 = N_1 i_1 - N_2 i_2 \tag{2.9}$$

Cuando $i_2=0$, se tiene que $i_0=i_1$, es decir, la corriente i_0 es la que circula en el primario del transformador, cuando éste está funcionando sin carga (en vacío). Por lo tanto, i_0 es la corriente de excitación del transformador, con las características ya citadas en el capítulo anterior, para el toroide. Dividiendo (2.9) por N_1 se tiene:

$$i_0 = i_1 - \frac{i_2}{a} \tag{2.10}$$

con “a”, definido según (2.4).

Pasando (2.4), (2.6) y (2.10) al dominio de la frecuencia $s = j\omega$ se puede escribir:

$$\dot{V}_1 = R_1 \dot{I}_1 + jX_1 \dot{I}_1 + \dot{E}_1 \tag{2.11}$$

$$\dot{V}_2 = -R_2 \dot{I}_2 - jX_2 \dot{I}_2 + \dot{E}_2 \tag{2.12}$$

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \tag{2.13}$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 - \frac{\dot{I}_2}{a} \tag{2.14}$$

En que X_1 y X_2 son las respectivas reactancias de dispersión de los bobinados, definidas como:

$$\begin{aligned} X_1 &= \omega L_{L1} \\ X_2 &= \omega L_{L2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Con $\omega = 2\pi f$; frecuencia angular. Por otra parte, según se demostró en el Capítulo 1, se puede escribir:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_c + \dot{I}_m \quad (2.16)$$

$$\dot{I}_c = g_c \dot{E}_1 \quad (2.17)$$

$$\dot{I}_m = -jb_m \dot{E}_1 \quad (2.18)$$

Las ecuaciones (2.11) a (2.18) permiten representar el transformador mediante el circuito equivalente de la Figura 2.5.

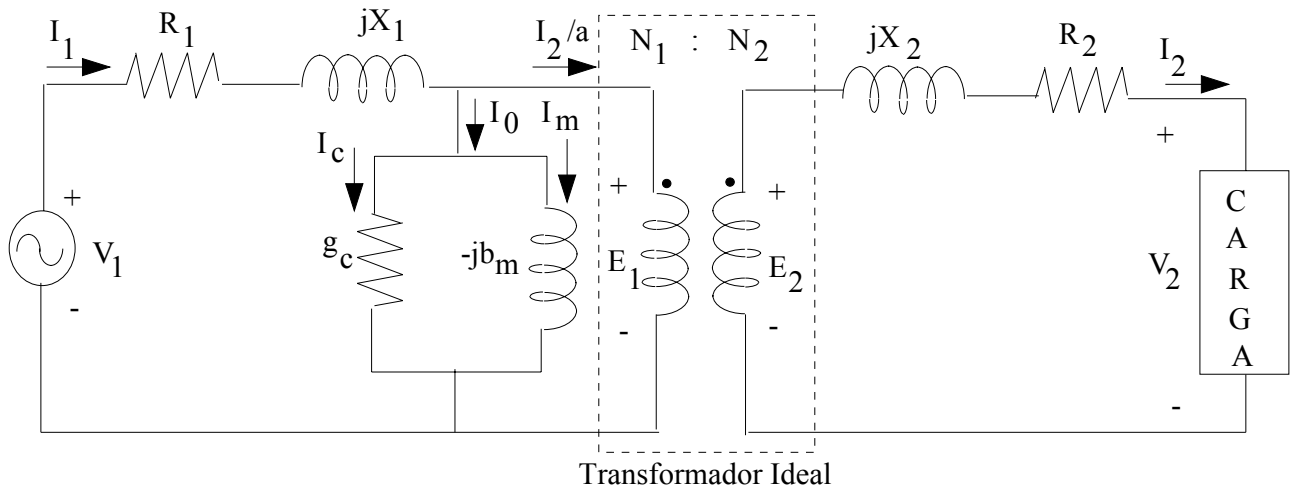


Figura 2.5.- Circuito equivalente de un transformador de dos enrollados

En el circuito equivalente de la Figura 2.5, se ha incluido un transformador ideal que permite relacionar las tensiones inducidas E_1 y E_2 ; de esta forma, quedan enlazadas las ecuaciones (2.11) y (2.12), por medio de (2.13). Se supone que este transformador no tiene pérdidas de ningún tipo y la permeabilidad magnética es infinita.

2.5.- Otros circuitos equivalentes del transformador

2.5.1.- Circuito equivalente referido al primario

En el circuito mostrado en la Figura 2.5, sigue existiendo un transformador; lo que dificulta un tanto su uso. Como una forma de eliminar el transformador ideal, pueden combinarse las ecuaciones (2.11) a (2.13) en una sola. Para ello, amplifiquemos (2.12) por a :

$$a\dot{V}_2 = -a(R_2 + jX_2)\dot{I}_2 + a\dot{E}_2 \quad (2.19)$$

Los términos de (2.19) reciben el nombre de tensiones (voltajes o caídas de voltaje) del secundario referidas al primario. Por otra parte, la caída de tensión en la impedancia de fuga del secundario se puede expresar como:

$$a(R_2 + jX_2)\dot{I}_2 = (a^2 R_2 + ja^2 X_2) \frac{\dot{I}_2}{a} \quad (2.20)$$

De esta forma, la corriente del secundario I_2 queda referida al primario como I_2/a y además, a^2R_2 y a^2X_2 corresponden a la resistencia y reactancia de fuga del secundario referidas al primario. Luego, despejando aE_2 de (2.19) y considerando (2.13) y (2.20), la ecuación (2.19) queda:

$$a\dot{E}_2 = a\dot{V}_2 + (a^2R_2 + ja^2X_2)\frac{\dot{I}_2}{a} = \dot{E}_1 \quad (2.21)$$

reemplazando (2.21) en (2.11) se obtiene finalmente:

$$\dot{V}_1 = R_1\dot{I}_1 + jX_1\dot{I}_1 + (a^2R_2 + ja^2X_2)\frac{\dot{I}_2}{a} + a\dot{V}_2 \quad (2.22)$$

Las ecuaciones (2.14) a (2.18) no tienen cambios, ya que corresponden al primario y por lo tanto el circuito equivalente referido al primario queda:

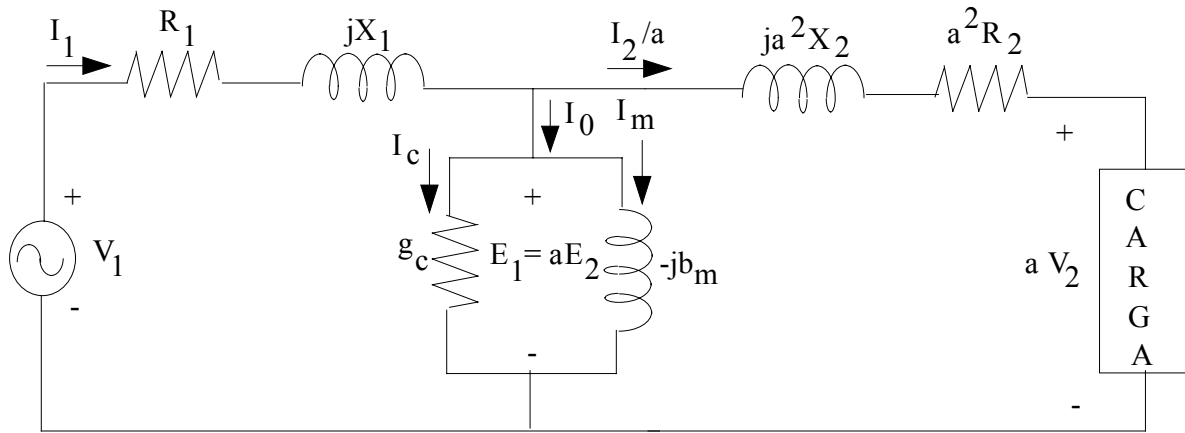


Fig. 2.6.- Circuito equivalente de un transformador de dos enrollados, referido al primario

2.5.2.- Circuito equivalente referido al secundario

Procediendo en forma análoga, es posible obtener un circuito que tiene la misma forma que el de la Figura 2.6, pero en el cual, los parámetros y variables quedan referidos al secundario. En estas condiciones se tiene:

$(R_1/a^2 + jX_1/a^2)$: Impedancia del primario referida al secundario

$(a^2g_c - ja^2b_m)$: Admitancia de excitación referida al secundario

V_1/a ; aI_1 ; aI_0 ; aI_c ; aI_m : Tensión y corrientes primarias, referidas al secundario

2.5.3.- Circuitos equivalentes aproximados

La caída de tensión en la impedancia de fuga del primario de un transformador es habitualmente pequeña comparada con la tensión V_1 , por lo que es una buena aproximación considerar la admitancia de excitación conectada en la entrada, tal como se muestra en la Figura 2.7 (referido al primario); donde las resistencia y reactancia equivalentes referidas al primario R_{eq1} y X_{eq1} son:

$$\begin{aligned} R_{eq1} &= R_1 + a^2R_2 \\ X_{eq1} &= X_1 + a^2X_2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

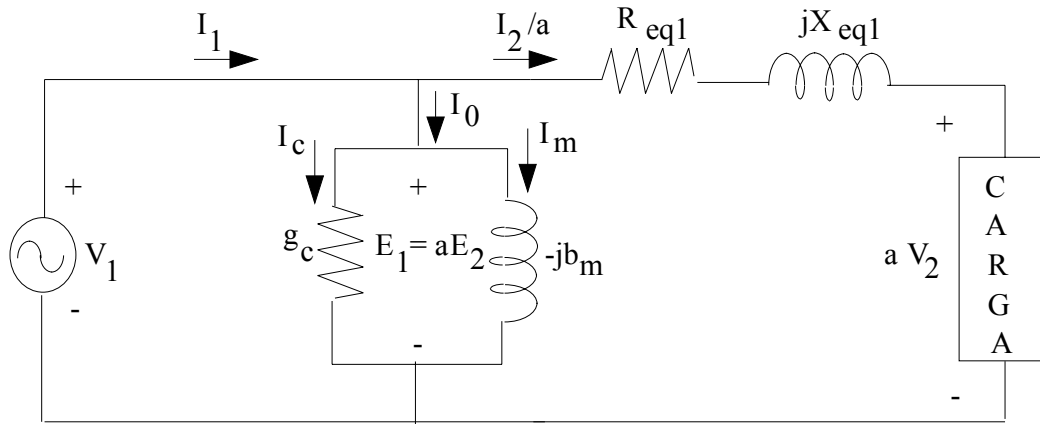


Fig. 2.7.- Circuito equivalente aproximado (con la admitancia de excitación conectada en la entrada)

Por otra parte, como la corriente de excitación I_0 es pequeña comparada con la corriente nominal del lado respectivo (del 1 al 8%), en muchos casos no se considera, por lo que, en este caso, el circuito equivalente referido al primario, queda de la forma mostrada en la Figura 2.8.

Los circuitos equivalentes aproximados, pueden también referirse al secundario. En cualquier caso, el uso de uno u otro circuito, dependerá de la condición de funcionamiento del transformador.

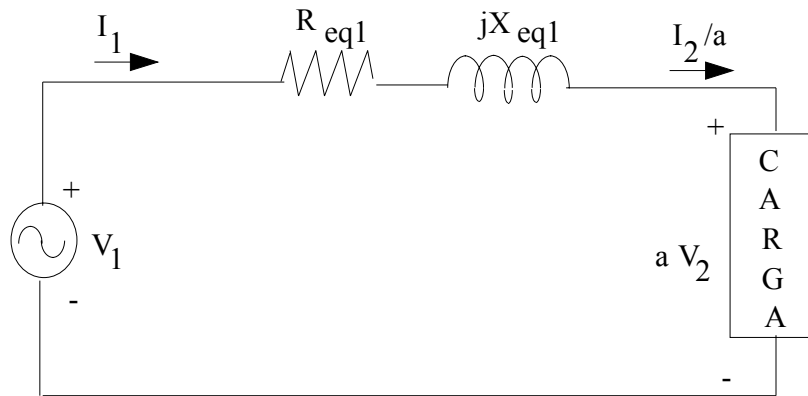


Fig. 2.8.- Circuito equivalente aproximado de un transformador, despreciando la corriente de excitación

2.6.- Diagrama fasorial de un Transformador

Consideremos de nuevo las ecuaciones del transformador, a partir de las cuales se obtuvo el circuito equivalente referido al primario, es decir:

$$\dot{V}_1 = R_1 \dot{I}_1 + jX_1 \dot{I}_1 + \left(a^2 R_2 + ja^2 X_2 \right) \frac{\dot{I}_2}{a} + a \dot{V}_2$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \frac{\dot{I}_2}{a}$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_c + \dot{I}_m$$

$$\dot{I}_c = g_c \dot{E}_1$$

$$\dot{I}_m = -jb_m \dot{E}_1$$

(2.24)

Tomando como referencia el fasor $a\dot{V}_2$ y suponiendo que la carga del transformador es de tipo inductivo, se puede dibujar el diagrama fasorial de la Figura 2.9.

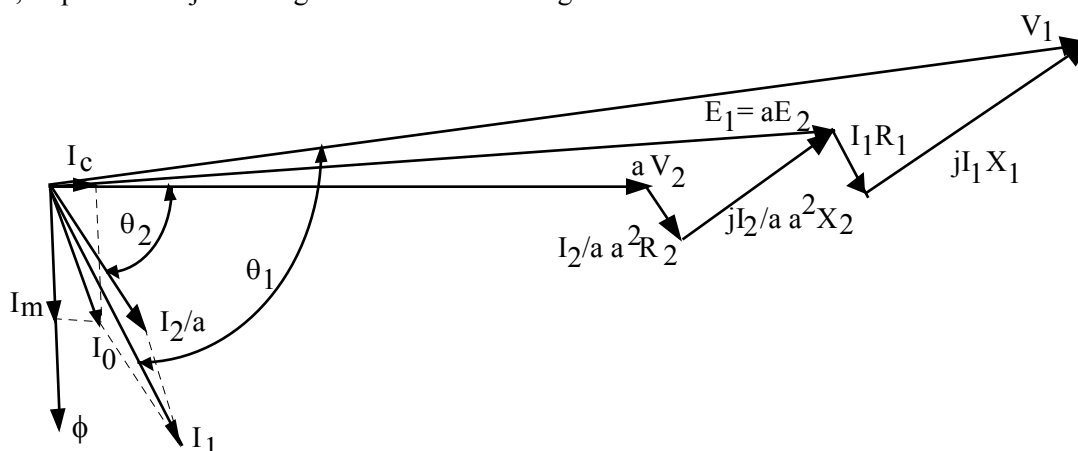


Figura 2.9.- Diagrama fasorial de un transformador, referido al primario

En la Figura 2.9, θ_1 es el ángulo de desfase entre la tensión y la corriente del primario y θ_2 es el que existe entre la tensión y la corriente del secundario, los que determinan el factor de potencia en la entrada y en la salida del transformador. Es conveniente hacer notar que este diagrama se puede dibujar referido al secundario, así como también considerando los circuitos equivalentes aproximados del transformador.

2.7.- Polaridad en el transformador

Cuando los devanados de los transformadores se conectan en paralelo o formando grupos polifásicos, las conexiones deben realizarse con las polaridades relativas correctas. Con el fin de simplificar esto, la American Standard Association (ASA), ha adoptado ciertas marcas normalizadas para los terminales. La Figura 2.10 muestra estas marcas para transformadores (TT/FF) de potencia y distribución de dos devanados. Los terminales de alta tensión se designan como H_1 y H_2 y los de baja, como X_1 y X_2 , donde H_1 y X_1 son bornes para los cuales, las polaridades de las tensiones instantáneas inducidas por el flujo resultante en el núcleo, son las mismas.

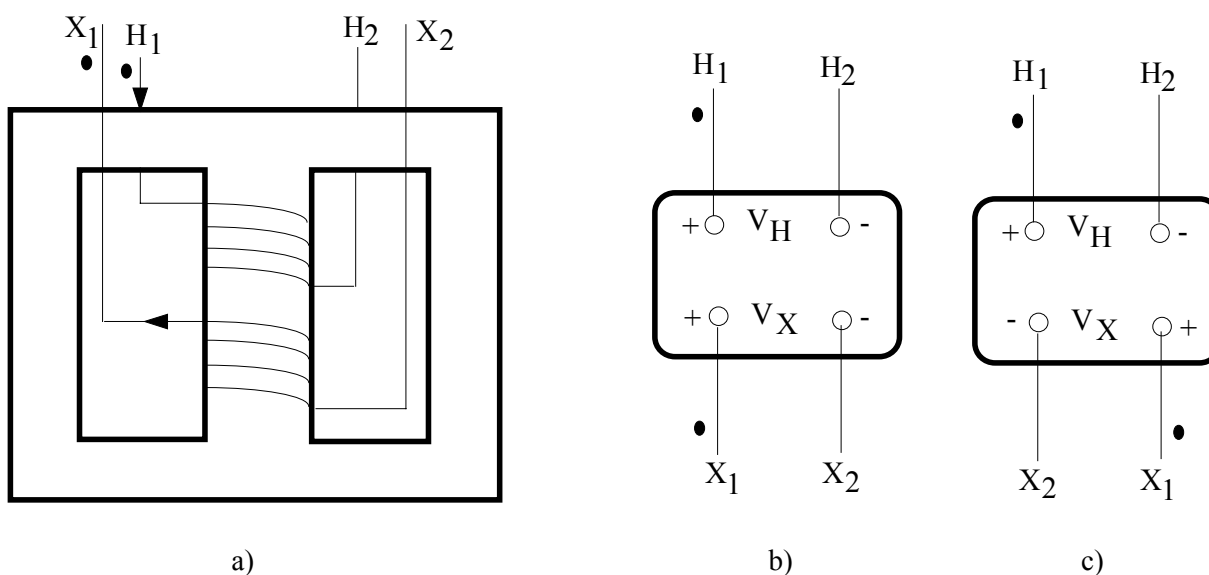


Fig. 2.10.- a) Marcos de Polaridad según ASA; b) Terminales con polaridad sustractiva; c) Aditiva

Los conductores terminales suelen sacarse por los lados opuestos de la cubierta, ó por la parte superior del tanque ó a través de la tapa, según se muestra en la Figura 2.10 a). En la Figura 2.10 b), los terminales de igual polaridad relativa son adyacentes; de modo que si se interconectan H_2 y X_2 , se aplica tensión entre los bornes H_1 y H_2 , la tensión entre H_1 y X_1 es aproximadamente igual a la diferencia entre las tensiones V_H y V_X , por lo que esta disposición exterior de los terminales se denomina “polaridad externa sustractiva”. De la misma forma se puede demostrar que la Figura 2.10 c) corresponde a “polaridad externa aditiva”.

2.8.- Determinación experimental de los parámetros del circuito equivalente del Transformador

Se pueden determinar a partir de los datos obtenidos al efectuar las dos pruebas siguientes:

2.8.1.- Prueba de vacío

Consiste en alimentar el transformador a tensión y frecuencia nominal, con el otro enrollado en circuito abierto. En estas condiciones se miden: la corriente I_0 ; la tensión V_0 y la Potencia P_0 . Normalmente se acostumbra alimentarlo por el lado de baja tensión (porque es mas cómodo trabajar a un nivel de tensión menor) con el lado de alta abierto (sin carga). De esta forma se obtienen los parámetros de excitación, los que según lo indicado, resultan referidos al lado de baja tensión.

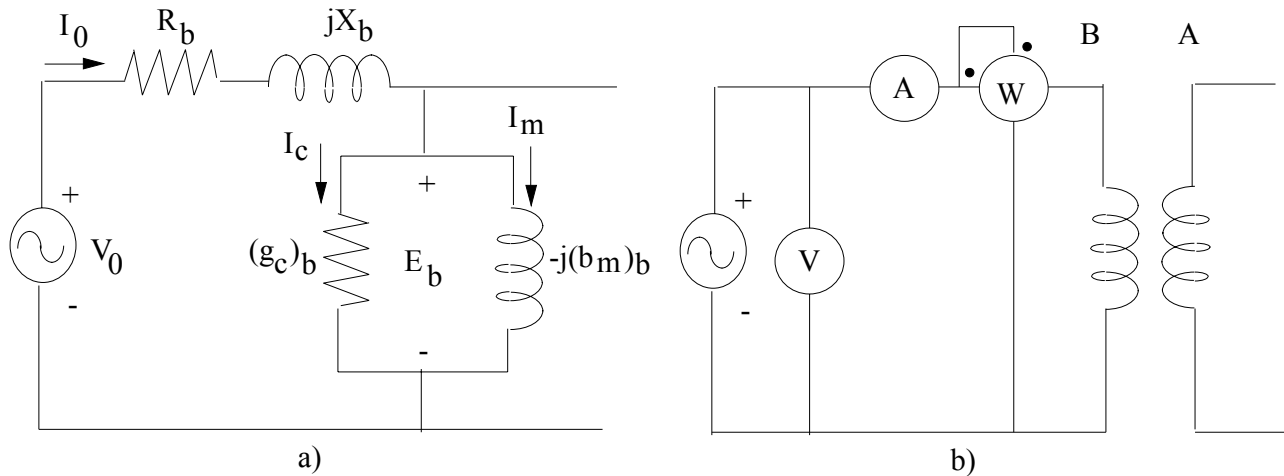


Figura 2.11.- Prueba de vacío de un transformador: a) Circuito equivalente; b) Circuito empleado

El circuito equivalente y el circuito empleado se muestran en la Figura 2.11 a) y b) donde:

R_b : Resistencia del enrollado de baja tensión.

X_b : Reactancia del enrollado de baja tensión.

$(g_c)_b$: Conductancia de pérdidas en el núcleo referida al lado de baja tensión.

$(b_m)_b$: Susceptancia de magnetización referida al lado de baja tensión.

Según las condiciones en que se realiza la prueba, se cumple que: $(R_b + jX_b)I_0 \ll E_b \Rightarrow E_b \approx V_0$, por lo que se obtiene:

$$\begin{aligned} (g_c)_b &= \frac{P_0}{V_0^2} \\ (b_m)_b &= \frac{Q_0}{V_0^2} = \frac{\sqrt{(V_0 I_0)^2 - P_0^2}}{V_0^2} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Estos valores corresponden a los del transformador, si el lado de baja tensión es el primario, es decir:

$$\begin{aligned}(g_c)_1 &= (g_c)_b \\ (b_m)_1 &= (b_m)_b\end{aligned}\quad (2.26)$$

Si el lado de baja corresponde al secundario, entonces, los parámetros referidos al primario son:

$$\begin{aligned}(g_c)_1 &= \frac{(g_c)_b}{a^2} \\ (b_m)_1 &= \frac{(b_m)_b}{a^2}\end{aligned}\quad (2.27)$$

2.8.2.- Prueba de cortocircuito

Consiste en alimentar el transformador a frecuencia nominal, ajustando el voltaje de entrada de manera que con el otro lado en cortocircuito, circule la corriente nominal. En estas condiciones se miden: la corriente I_{cc} ; la tensión V_{cc} y la Potencia P_{cc} . Normalmente se acostumbra alimentarlo por el lado de alta tensión (porque es más cómodo trabajar a una nivel de corriente menor) con el lado de baja en cortocircuito. De esta forma se obtienen los parámetros impedancia equivalente Z_{eq} y resistencia equivalente R_{eq} , los que según lo indicado, resultan referidos al lado de alta tensión. El circuito equivalente aproximado y el circuito empleado, se muestran en la Figura 2.12.

Considerando el circuito equivalente y el circuito de medición se puede escribir:

$$(Z_{eq})_a = \sqrt{(R_{eq})_a^2 + (X_{eq})_a^2} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (2.28)$$

y por otra parte:

$$(R_{eq})_a = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2} \quad (2.29)$$

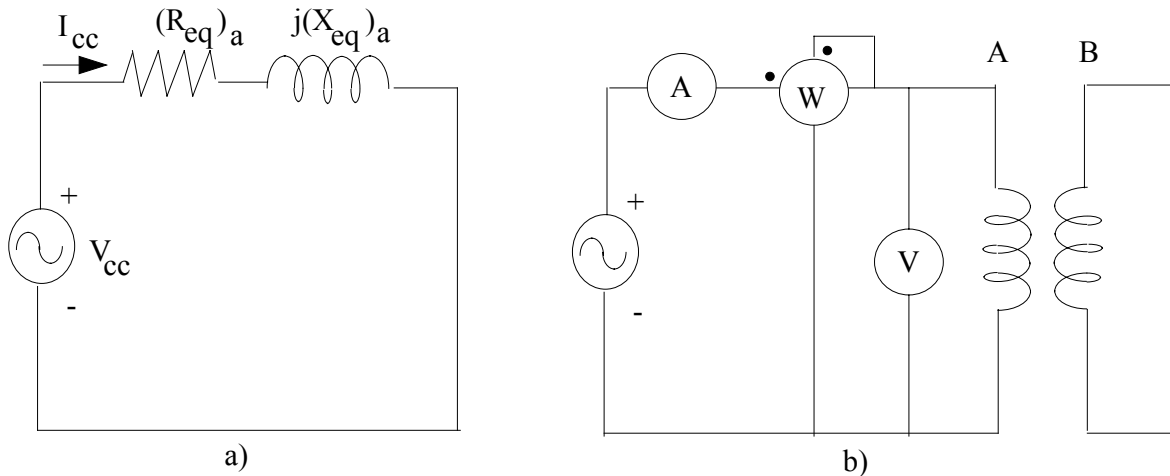


Figura 2.12.- Prueba de cortocircuito: a) Circuito equivalente aproximado; b) Circuito empleado

En general, los parámetros resultarán siempre referidos al lado por el cual se alimenta el transformador. Si el lado de alta tensión corresponde al primario, los parámetros quedan referidos a este lado, es decir:

$$(Z_{eq})_a = Z_{eq1} = R_{eq1} + jX_{eq1} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \text{donde: } R_{eq1} &= R_1 + a^2 R_2 \\ X_{eq1} &= X_1 + a^2 X_2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Si el lado de alta corresponde al secundario:

$$(Z_{eq})_a = Z_{eq2} = R_{eq2} + jX_{eq2} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \text{con: } R_{eq2} &= \frac{R_1}{a^2} + R_2 \\ X_{eq2} &= \frac{X_1}{a^2} + X_2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.8.3.- Cálculo separado de las resistencias y reactancias de cada bobinado R_1 , R_2 , X_1 , X_2

La prueba de cortocircuito permite determinar solamente los valores de R_{eq} y X_{eq} . A partir de ella no es posible obtener en forma separada los valores de resistencia y reactancia de cada bobinado. En muchos casos; sin embargo, conviene conocer estos valores (cuando se utiliza el circuito equivalente exacto, por ejemplo). Para obtenerlos, se puede emplear uno de los dos métodos siguientes:

a) Separación directa (analítica): Considerando las características constructivas de los transformadores, se pueden hacer las siguientes suposiciones:

- Los dos bobinados tienen la misma longitud por vuelta.
- El área de la sección transversal del conductor de la bobina es proporcional a la corriente nominal del devanado.
- La trayectoria magnética de los flujos de dispersión de los dos bobinados, es la misma.

A partir de ellas se obtiene:

$$R_1 = a^2 R_2 \quad X_1 = a^2 X_2 \quad (2.34)$$

Por lo que:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{eq1}}{2} & R_2 &= \frac{R_{eq1}}{2a^2} \\ X_1 &= \frac{X_{eq1}}{2} & X_2 &= \frac{X_{eq1}}{2a^2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

b) Con Corriente Continua (CD): En este caso es necesario hacer medidas adicionales de las resistencias óhmicas en corriente continua de los bobinados 1 $(R_{CD})_1$ y 2 $(R_{CD})_2$. Se pueden utilizar el método de Vóltmetro-Ampérmetro, por ejemplo; o bien usar un Puente de Wheatstone, etc. Se supone proporcionalidad tanto entre las resistencias en corriente alterna de ambos bobinados (R_1 y R_2) como entre las inductancias de dispersión (L_{L1} y L_{L2}), con las respectivas resistencias de Corriente Continua medidas, es decir:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{L_{L1}}{L_{L2}} = \frac{(R_{CD})_1}{(R_{CD})_2} \quad (2.36)$$

Con esta consideración se obtiene:

$$\begin{aligned} R_1 &= K_1 R_{eq1} & R_2 &= K_2 R_{eq1} \\ X_1 &= K_1 X_{eq1} & X_2 &= K_2 X_{eq1} \end{aligned} \quad (2.37)$$

donde:

$$K_1 = \frac{(R_{CD})_1}{(R_{CD})_1 + a^2 (R_{CD})_2} \quad K_2 = \frac{(R_{CD})_2}{(R_{CD})_1 + a^2 (R_{CD})_2} \quad (2.38)$$

Es conveniente indicar que los dos métodos anteriores, por el hecho de hacer consideraciones distintas, pueden entregar resultados diferentes.

2.9.- Pérdidas dispersas (P_{SL})

Se denomina así, a la diferencia entre la potencia de cortocircuito P_{cc} y el producto entre la resistencia equivalente de corriente continua $(R_{eq})_{CD}$ y la corriente de cortocircuito I_{cc} al cuadrado, es decir:

$$P_{SL} = P_{cc} - (R_{eq})_{CD} I_{cc}^2 \quad (2.39)$$

o bien:

$$P_{SL} = [R_{eq} - (R_{eq})_{CD}] I_{cc}^2 \quad (2.40)$$

donde, R_{eq} es la Resistencia Equivalente calculada en la prueba de cortocircuito (en corriente alterna) y $(R_{eq})_{CD}$ corresponde a la Resistencia Equivalente a los dos enrollados, medida con corriente continua. Ambos valores deben estar referidos al mismo lado del transformador.

Las pérdidas dispersas incluyen todas aquellas que existen en Corriente Alterna y que no están presentes en Corriente Continua, a saber: las pérdidas en el núcleo y las debidas a las corrientes parásitas en los conductores y estructuras del transformador, al efecto pelicular, etc.

2.10.- Corrección del valor de los parámetros del transformador por efecto de la temperatura

El valor de la Resistencia Equivalente R_{eq} obtenido en la prueba de corto circuito corresponde normalmente a la temperatura ambiente que se puede estimar en 20°C. Sin embargo, la temperatura de trabajo es mas elevada y, por lo tanto, la resistencia que presentan los enrollados es mayor que la medida en la prueba.

En general, para determinar la resistencia R_{eqT2} a la temperatura de trabajo T_2 , suponiendo conocido el valor que tiene a la temperatura ambiente T_1 , tanto en corriente continua (R_{eqCDT1}) como en corriente alterna (R_{eqT1}) , se puede emplear la expresión:

$$[R_{eq}]_{T2} = [R_{eqCD}]_{T1} \frac{234,5 + T_2}{234,5 + T_1} + [R_{eq} - R_{eqCD}]_{T1} \quad (2.41)$$

Donde 234,5 corresponde al recíproco del coeficiente de variación de resistencia del cobre con la temperatura, a 0°C. Si se desprecian las pérdidas dispersas, la expresión (2.41) se puede escribir:

$$[R_{eq}]_{T2} = [R_{eq}]_{T1} \frac{234,5 + T_2}{234,5 + T_1} \quad (2.42)$$

La diferencia $[R_{eq} - R_{eqCD}]$ se supone constante con la temperatura. En todo caso, ambas resistencias deben estar referidas a la misma temperatura.

En cuanto a los valores de la conductancia de pérdidas g_c , la susceptancia de magnetización b_m y las reactancias de dispersión X_1 y X_2 ; ellas no son afectados por los cambios de temperatura.

2.11.- Determinación de la razón de transformación

La razón de transformación se determina en forma aproximada a través de la razón entre las tensiones medidas en los terminales de los bobinados con el transformador en vacío. Se usan dos voltímetros para medir las tensiones de los lados de alta y baja tensión, los que deben ser leídos simultáneamente. Se hace una segunda lectura intercambiando los instrumentos. El cociente entre el promedio de las mediciones de primario y secundario es el valor de la razón de transformación.

2.12.- Rendimiento del transformador

2.12.1.- Rendimiento convencional (η)

Corresponde a la definición habitual de rendimiento; es decir, es la razón entre la potencia de salida (P_s) y la potencia de entrada (P_e), es decir:

$$\eta\% = \frac{P_s}{P_e} * 100 \quad (2.43)$$

Para una carga de corriente I_2 , Factor de Potencia $\cos \theta_2$ y suponiendo tensión nominal en la carga V_{2N} , la potencia de salida es $V_{2N} I_2 \cos \theta_2$. Luego, la potencia de entrada corresponderá a la potencia de salida mas la potencia perdida en los conductores de las bobinas $R_{eq2} I_2^2$ y en el núcleo P_0 , supuesta independiente de la carga. Así entonces, se puede escribir:

$$\eta\% = \frac{V_{2N} I_2 \cos \theta_2}{V_{2N} I_2 \cos \theta_2 + R_{eq2} I_2^2 + P_0} * 100 \quad (2.44)$$

La expresión (2.44), se puede arreglar de la siguiente forma:

$$\eta\% = \frac{S_N K \cos \theta_2}{S_N K \cos \theta_2 + K^2 P_{cc} + P_0} * 100 \quad (2.45)$$

En que S_N es la Potencia Aparente Nominal del transformador, P_{cc} es la potencia medida en la prueba de cortocircuito a corriente nominal y K es el “Factor de Carga”; definido como la razón entre la corriente de carga I_2 y la corriente nominal del transformador I_N , es decir:

$$K = \frac{I_2}{I_{2N}} \quad (2.46)$$

2.12.2.- Rendimiento máximo ($\eta_{m\acute{a}x}$)

En la expresión (2.44), V_{2N} , R_{eq2} y P_0 son constantes, por lo que el rendimiento es función de dos variable; la corriente de carga I_2 y el Factor de potencia $\cos \theta_2$. En la práctica; sin embargo, el factor de

potencia debe tener un rango de variación estrecho, alrededor de la unidad. En estas condiciones, la única variable es entonces la corriente I_2 . Existe un valor de la corriente I_2 , para el cual el rendimiento es máximo. Este valor se puede obtener haciendo $d\eta/dI_2 = 0$. Si para este valor de la corriente, $d^2\eta/dI_2^2 < 0$, la función será máxima, es decir, el rendimiento será máximo. Derivando (2.44) respecto a la corriente se obtiene:

$$I_2(\eta_{\text{máx}}) = \sqrt{\frac{P_0}{R_{\text{eq2}}}} \quad (2.47)$$

La expresión (2.45) es el valor de I_2 que hace que el rendimiento sea máximo, ya que para él, la segunda derivada es negativa. Por otra parte, la expresión (2.47) se puede arreglar del siguiente modo:

$$I_2(\eta_{\text{máx}}) = I_{2N} \sqrt{\frac{\text{Pérdidas nominales en vacío}}{\text{Pérdidas nominales en cortocircuito}}} \quad (2.48)$$

Como normalmente las pruebas de vacío y cortocircuito se hacen en condiciones nominales, el Factor de Carga para el cual se obtiene el rendimiento máximo $K(\eta_{\text{máx}})$ será:

$$K(\eta_{\text{máx}}) = \frac{I_2(\eta_{\text{máx}})}{I_{2N}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{cc}}}} \quad (2.49)$$

Introduciendo (2.49) en (2.45) se obtiene el rendimiento máximo $\eta_{\text{máx}}$ para las condiciones planteadas:

$$\eta_{\text{máx}} \% = \frac{S_N \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{cc}}}} \cos \theta_2}{S_N \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{cc}}}} \cos \theta_2 + 2 P_0} * 100 \quad (2.50)$$

Como se puede apreciar, a Factor de Potencia constante, el rendimiento máximo depende sólo de las características del transformador. Idealmente sería conveniente que P_0 y P_{cc} fueran iguales

2.12.3.- Rendimiento diario o energético (η_d)

Cuando un transformador está operando en un sistema eléctrico, queda sometido a las variaciones que la carga experimenta durante un cierto tiempo que puede ser un día, un mes o un año, por ejemplo. De acuerdo con esto, es necesario estudiar su comportamiento, desde el punto de vista de su rendimiento, ante las fluctuaciones que la carga servida experimenta. Así entonces, se puede definir por ejemplo, el rendimiento diario η_d , como la razón entre la energía entregada y la energía recibida por el transformador en 24 horas. Es decir:

$$\eta_d \% = \frac{\sum_{t=0}^{24} S_N K_i \cos \theta_{2i} t_i}{\sum_{t=0}^{24} S_N K_i \cos \theta_{2i} t_i + \sum_{t=0}^{24} K_i^2 P_{\text{cc}} t_i + 24 P_0} * 100 \quad (2.51)$$

donde se ha supuesto que el transformador, con carga o en vacío, está conectado a la red de alimentación las 24 horas del día y t_i es el tiempo de duración de cada intervalo en el cual el trabaja con un factor de carga K_i y factor de potencia de la carga $\cos \theta_{2i}$. Además, se ha considerado que las pérdidas en el núcleo no dependen de la carga.

2.13.- Sistema en tanto por unidad

2.13.1.- Introducción

Las líneas de transmisión de Energía Eléctrica se operan a niveles en que el kilovolt (kV) es la unidad más conveniente para expresar los voltajes. Debido a que se transmite una gran cantidad de potencia, los términos comunes son los kilowatt (kW) o megawatt (MW) y los kilovoltamperes (kVA) o megavoltamperes (MVA). Sin embargo, estas cantidades, al igual que los Volt, los amperes y los ohm, se expresan frecuentemente en por ciento o en por unidad de un *valor base* o de *referencia* especificado para cada una. Por ejemplo, si se selecciona una base de voltaje de 120 kV, los voltajes de 108, 120, y 126 kV equivaldrán a 0,9, 1,0 y 1,05 en por unidad o a 90, 100 y 105 % respectivamente, del valor base 120 kV. El *valor en por unidad* de cualquier cantidad se define como la razón entre la cantidad y su base. La relación *en por ciento* es 100 veces el valor en por unidad. Ambos métodos de cálculo, porcentual y en por unidad, son más simples y mas informativos que los Volt, los amperes y los ohm reales. El método en por unidad tiene una ventaja sobre el porcentual: el producto de dos cantidades expresadas en por unidad queda expresado también en por unidad, mientras que el producto de dos cantidades dadas en por ciento se debe dividir por 100 para obtener el resultado en por ciento.

El método que más se emplea en la resolución de problemas en que intervienen transformadores, generadores, líneas, etc.; consiste en representar estos elementos a través de sus circuitos equivalentes. Los parámetros de los circuitos equivalentes y las variables asociadas, pueden expresarse en unidades convencionales (ohm, volt, watt, etc.) o bien en *por unidad (pu)* o en *tanto por uno (%1)*.

Cuando se emplean valores en por unidad, se simplifica la resolución de problemas, entre otras cosas, porque ello permite eliminar las razones de transformación, cuando existen transformadores, y efectuar comparaciones en forma mucho más sencilla.

2.13.2.- Condiciones bajo las cuales deben calcularse las cantidades en por unidad

En esta sección, se estudiará el sistema en pu aplicado al análisis de los sistemas monofásicos y a la resolución de problemas relacionados con los transformadores monofásicos, donde es más sencillo introducir estos conceptos que en los sistemas trifásicos. Sin embargo, la extensión a los sistemas trifásicos es inmediata, como se verá posteriormente. Las magnitudes de base en una red eléctrica deben seleccionarse de tal forma, que el circuito equivalente resultante en por unidad sea isomorfo al real, es decir, que las leyes fundamentales de la electricidad sean también válidas en el sistema equivalente en por unidad. Consideremos en principio dos situaciones:

a) Sin transformadores: Como las características topológicas de la red no se alteran, sólo interesa como invariante la forma de las ecuaciones de las leyes de Ohm y de Joule, debido a que las asociadas a las leyes de Kirchhoff se conservarán automáticamente. De acuerdo con lo planteado en la sección anterior, los valores en tanto por unidad de los fasores (indicados con un punto sobre el respectivo símbolo) de tensión (voltaje), corriente, impedancia, potencia aparente y admitancia se definen de la forma indicada en las expresiones (2.52) siguientes:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\text{pu}) &= \frac{\dot{V}(\text{volts})}{V_B(\text{volts})} & \dot{I}(\text{pu}) &= \frac{\dot{I}(\text{Amperes})}{I_B(\text{Amperes})} & \dot{Z}(\text{pu}) &= \frac{\dot{Z}(\text{Ohm})}{Z_B(\text{Ohm})} \\ \dot{S}(\text{pu}) &= \frac{\dot{S}(\text{Volt - Amperes})}{S_B(\text{Volt - Amperes})} & \dot{Y}(\text{pu}) &= \frac{\dot{Y}(\text{Mho})}{Y_B(\text{Mho})} \end{aligned} \quad (2.52)$$

Obsérvese que los valores en por unidad son complejos si en unidades convencionales lo son, ya que las bases son cantidades modulares.

Si se escogen V_B e I_B como voltaje y corriente base respectivamente, será necesario determinar las otras cantidades de base, es decir: Z_B , S_B y Y_B . En la Figura 2.13 siguiente se han representado los sistemas original y transformado (en tanto por unidad).

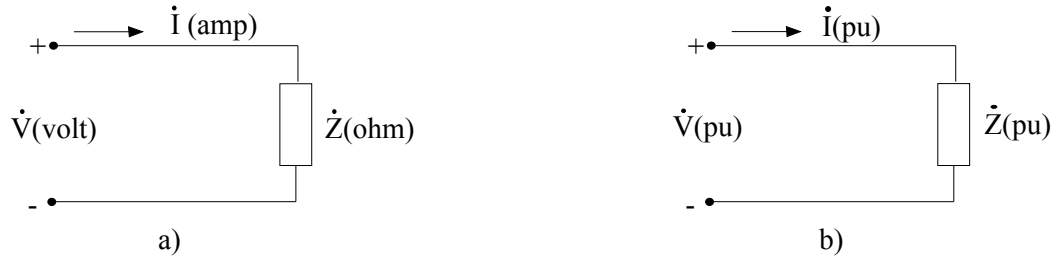


Fig. 2.13.- Circuitos equivalentes: a) Sistema original; b) Sistema transformado (en por unidad)

- Conservación de la ley de Ohm

Para que se cumpla la ley de ohm, en ambos circuitos, las cantidades de base deben satisfacerla, es decir:

$$V_B = Z_B I_B \Rightarrow Z_B = \frac{V_B}{I_B} \quad (2.53)$$

- Conservación de la Ley de Joule

De la misma forma se puede demostrar que en este caso:

$$S_B = V_B I_B \quad (2.54)$$

Para la admitancia se cumple que:

$$Y_B = \frac{1}{Z_B} \quad (2.55)$$

Las ecuaciones (2.53) a (2.55) muestran que sólo se necesita definir dos magnitudes de base. Lo habitual es considerar como tales a la potencia aparente S_B y la tensión V_B , en cuyo caso, la corriente base se obtiene a partir de la ecuación (2.54) y la impedancia base se puede escribir como:

$$Z_B = \frac{(V_B)^2}{S_B} = \frac{(kV_B)^2}{MVA_B} \quad (2.56)$$

donde kV_B y MVA_B son los kilovolt base y Megavolt-amperes base respectivamente.

b) Presencia de transformadores: En un sistema eléctrico aparecen distintos niveles de voltaje. Con el objeto de eliminar este inconveniente, se requiere determinar que relación, además de las dos anteriores, deben cumplir las bases elegidas en los diferentes niveles de tensión, al utilizar el sistema en pu. Consideremos para el análisis, la Figura 2.14. que representa el circuito equivalente aproximado (se ha despreciado la corriente de excitación) de un transformador en cantidades convencionales y el circuito

respectivo en tanto por unidad. Z_1 y Z_2 corresponden a las impedancias de cortocircuito de cada uno de los enrollados, N_1 y N_2 corresponden al número de espiras de cada bobinado.

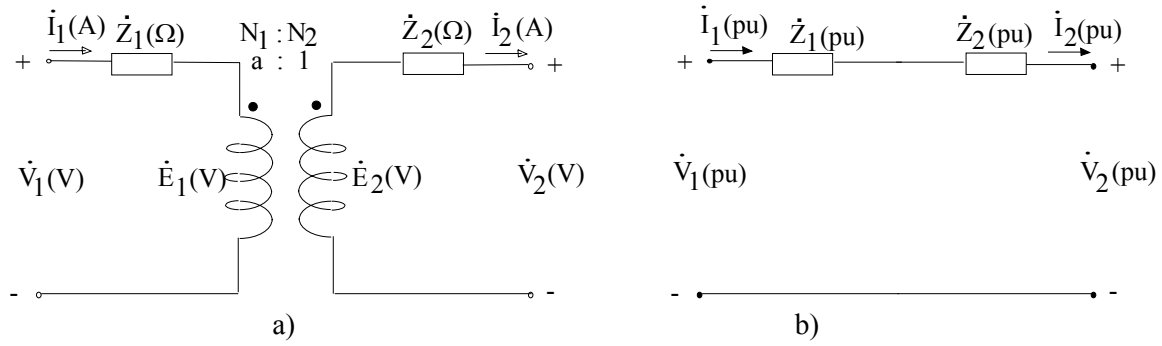


Fig. 2.14.- Circuitos equivalentes: a) Sistema original ; b) Sistema transformado (por unidad)

En la Figura 2.14 a) se puede escribir (en unidades convencionales)

$$\dot{E}_1 = \dot{V}_1 - \dot{I}_1 \dot{Z}_1 \quad \dot{E}_2 = \dot{V}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2 \quad (2.57)$$

de donde se obtiene:

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{\dot{V}_1 - \dot{I}_1 \dot{Z}_1}{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (2.58)$$

En la Figura 2.14 b), en por unidad se tiene:

$$\dot{V}_1(\text{pu}) - \dot{I}_1(\text{pu}) \dot{Z}_1(\text{pu}) = \dot{V}_2(\text{pu}) + \dot{I}_2(\text{pu}) \dot{Z}_2(\text{pu}) \quad (2.59)$$

Tomando como bases de voltaje a ambos lados del transformador, V_{B1} y V_{B2} la expresión (2.59) queda:

$$\frac{\dot{V}_1 - \dot{I}_1 \dot{Z}_1}{V_{B1}} = \frac{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2}{V_{B2}} \Rightarrow \frac{\dot{V}_1 - \dot{I}_1 \dot{Z}_1}{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2} = \frac{V_{B1}}{V_{B2}} \quad (2.60)$$

Comparando (2.60) con (2.58), se puede escribir:

$$\frac{V_{B1}}{V_{B2}} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (2.61)$$

O sea, las tensiones bases de ambos lados deben estar en relación directa con el número de espiras. Por lo mismo, las corrientes bases de ambos lados quedan en relación inversa con el número de espiras.

$$\frac{I_{B1}}{I_{B2}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (2.62)$$

A partir de (2.61) y (2.62), la potencia base a ambos lados del transformador debe ser la misma.

$$S_{B1} = S_{B2} = S_B \quad (2.63)$$

2.13.3.- Cambio de base

En general, los fabricantes expresan las impedancias de transformadores y otras máquinas eléctricas en por unidad o porcentaje, tomando como bases el voltaje y la potencia aparente nominales del equipo. Como en los problemas aparecen involucrados diferentes aparatos (con distintas características nominales) se hace necesario expresar las impedancias en tanto por unidad, respecto a otra base, que sea común para todas.

Para una impedancia dada o antigua Z_a (pu) es posible calcular una impedancia nueva Z_n (pu) o respecto a otra base, utilizando la siguiente expresión:

$$Z_n \text{ (pu)} = Z_a \text{ (pu)} \left(\frac{kV_{Ba}}{kV_{Bn}} \right)^2 \left(\frac{kVA_{Bn}}{kVA_{Ba}} \right) \quad (2.64)$$

donde kVA_{Ba} y kVA_{Bn} son los kVA bases dado o antiguo y nuevo respectivamente y kV_{Ba} y kV_{Bn} corresponden a los respectivos kV bases dado y nuevo.

2.13.4.- Ventajas del sistema en tanto por unidad

- Los valores en por unidad, base propia, característicos de máquinas similares, aunque de tamaños muy diferentes, varían muy poco.
- En los transformadores, la impedancia equivalente en por unidad es independiente del lado a que está referida.
- En los cálculos se manejan cantidades que están en un margen estrecho alrededor de la unidad (condiciones normales), lo que permite comprobar los valores por inspección.

2.13.5.- Sistema en tanto por unidad en circuitos trifásicos

Recordemos que los circuitos trifásicos balanceados se resuelven considerando una fase, con un neutro de retorno, en el llamado circuito equivalente monofásico o *por fase*; por ello, las bases para las diferentes cantidades en los diagramas de impedancias son los kVA (o MVA) por fase y los kV de línea a neutro. Generalmente, los datos que se dan son los kVA o MVA trifásicos totales y los kV de línea a línea (entre líneas o de línea). Debido a esta costumbre de especificar el voltaje línea a línea y los kilovoltamperes o megavoltamperes totales, puede surgir alguna confusión al considerar la relación entre el valor por unidad del voltaje de línea y el del voltaje de fase. Aunque se puede especificar un voltaje de línea como base, el voltaje que se requiere para la solución del circuito monofásico es el voltaje a neutro. El voltaje base a neutro es el voltaje base línea a línea dividido por $\sqrt{3}$. Debido a que ésta es también la relación entre los voltajes línea a línea y línea a neutro de un sistema trifásico balanceado, *el valor en por unidad de un voltaje línea a neutro sobre el voltaje base línea a neutro es igual al valor en por unidad del voltaje línea a línea en el mismo punto sobre el voltaje base línea a línea, siempre que el sistema esté balanceado*. Igualmente, los kilovoltamperes trifásicos son tres veces los kilovoltamperes monofásicos, y la base de los kilovoltamperes trifásicos es tres veces la base de los kilovoltamperes monofásicos. Por lo tanto, *el valor en por unidad de los kilovoltamperes trifásicos sobre los kilovoltamperes base trifásicos es idéntico al valor en por unidad de los kilovoltamperes monofásicos sobre los kilovoltamperes base monofásicos*.

Para los sistemas monofásicos o para los sistemas trifásicos, donde el término corriente se refiere a la corriente de línea I_L , el de voltaje se refiere a voltaje al neutro V_{LN} y el de la potencia aparente corresponde al valor por fase $S_{1\phi}$, las siguientes expresiones relacionan las distintas cantidades:

$$I_B = \frac{S_{B1\phi}}{V_{BLN}} = \frac{S_{B3\phi}}{\sqrt{3} V_{BLL}} \quad Z_B = \frac{V_{BLN}}{I_B} = \frac{V_{BLL}}{\sqrt{3} I_B} = \frac{(V_{BLL})^2}{S_{B3\phi}} \quad (2.65)$$

donde $S_{B3\phi}$ corresponde a la potencia base total (trifásica). Por comodidad se acostumbra usar como bases los MVA trifásicos ($MVA_{B3\phi}$) y los kV entre líneas (kV_{BLL}), en cuyo caso, la impedancia base se puede determinar simplemente como:

$$Z_B = \frac{(kV_{BLL})^2}{MVA_{B3\phi}} \quad (2.66)$$

Con la excepción de los subíndices, las expresiones (2.56) y (2.66) son idénticas. En lo que sigue de este curso, las ecuaciones se utilizarán sin los subíndices, pero se deben usar con los voltajes y potencias correspondientes.

Es conveniente dejar claro también, que en los cálculos en por unidad donde intervienen transformadores trifásicos, se requiere que los voltajes base en los dos lados del transformador tengan la misma relación que la de los voltajes nominales entre líneas de ambos lados, lo que es independiente del tipo de conexión de los enrollados. Como se dijo, la potencia base es la misma en ambos lados y por lo tanto las corrientes bases quedan en relación inversa con la razón de transformación trifásica.

2.13.6.- Valores en por unidad en la base propia de los parámetros del transformador

En la prueba de cortocircuito se tiene:

$$Z_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (2.67)$$

Expresando la corriente y el voltaje en pu, en la base propia ($V_B=V_N$; $I_B=I_N$ y $S_B=S_N$) se puede escribir:

$$Z_{eq} (pu) = \frac{V_{cc} / V_N}{I_{cc} / I_N} \quad (2.68)$$

Si, como normalmente ocurre, la prueba de cortocircuito se hace a corriente nominal; $I_{cc}=I_N$, y por lo tanto, la impedancia equivalente en pu queda:

$$Z_{eq} (pu) = \frac{V_{cc}}{V_N} \quad (2.69)$$

o bien:

$$Z_{eq} \% = \frac{V_{cc}}{V_N} * 100 \quad (2.70)$$

Lo que justifica el que, al valor de la impedancia equivalente de un transformador, expresado en porcentaje en la base propia se le denomina "tanto por ciento de caída de tensión" o "tensión de cortocircuito en por ciento". En las mismas condiciones, se puede demostrar que:

$$R_{eq} (pu) = \frac{P_{cc}}{S_N} \quad X_{eq} (pu) = \frac{Q_{cc}}{S_N} \quad (2.71)$$

Por otra parte, se puede demostrar también, que si la prueba de vacío se hace a Voltaje nominal, los valores de g_c y b_m quedan:

$$g_c (\text{pu}) = \frac{P_0}{S_N} \quad b_m (\text{pu}) = \frac{Q_0}{S_N} \quad (2.72)$$

2.14.- Regulación de tensión del transformador (Reg)

2.14.1.- Definición 1:

$$\text{Reg}\% = \frac{|\text{Tensión Secundaria en Vacío}| - |\text{Tensión Secundaria nominal en Carga}|}{|\text{Tensión Secundaria nominal en Carga}|} * 100 \quad (2.73)$$

Deducción de la expresión de la regulación en función de los parámetros

Consideremos el circuito equivalente aproximado (se desprecia la corriente de excitación) referido al secundario de la Figura 2.15 siguiente.

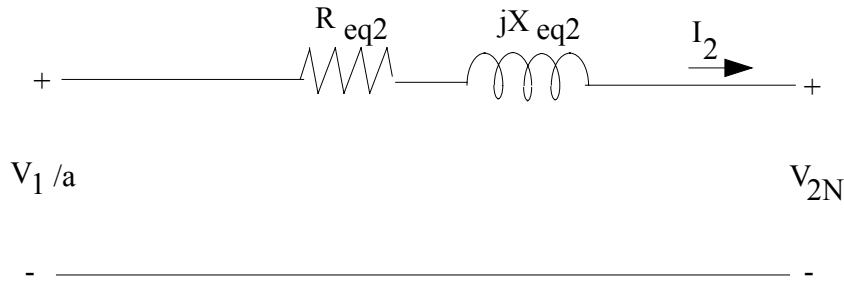


Figura 2.15.- Circuito equivalente del transformador para determinar la regulación tensión

Para deducir la expresión de la regulación de tensión, se considerará como referencia, la tensión en la carga, es decir, $V_{2N} \angle 0^\circ$ y se supondrá que el consumo es inductivo; o sea, la corriente I_2 atrasa al voltaje V_{2N} un ángulo de θ_2 , determinado por el Factor de Potencia de la carga. En estas condiciones, resolviendo el circuito de la Figura 2.15, se obtiene que el módulo de la tensión secundaria en vacío, que corresponde a la tensión de entrada V_1/a es:

$$\left| \frac{\dot{V}_1}{a} \right| = \sqrt{(V_{2N} + R_{eq2} I_2 \cos \theta_2 + X_{eq2} I_2 \sin \theta_2)^2 + (R_{eq2} I_2 \sin \theta_2 - X_{eq2} I_2 \cos \theta_2)^2} \quad (2.74)$$

Introduciendo (2.74) en (2.73), arreglando y ordenando se obtiene:

$$\text{Reg}\% = \left[\sqrt{(R_{eq} I_2 \cos \theta_2 + X_{eq} I_2 \sin \theta_2)^2 + (X_{eq} I_2 \cos \theta_2 - R_{eq} I_2 \sin \theta_2)^2} - 1 \right] * 100 \quad (2.75)$$

donde R_{eq} , X_{eq} , I_2 están expresados en por unidad en la base propia del transformador.

La expresión (2.75) se obtuvo al suponer que el consumo es inductivo. En el caso de que éste sea capacitivo, se puede emplear la misma expresión cambiando θ_2 por $-\theta_2$.

2.14.2.- Definición 2

$$\text{Reg}\% = \frac{|\text{Tensión Secundaria en Vacío Nominal}| - |\text{Tensión Secundaria en Carga}|}{|\text{Tensión Secundaria en Vacío Nominal}|} * 100 \quad (2.76)$$

es decir; según el circuito de la Figura 2.15

$$\text{Reg}\% = \frac{\left| \frac{\dot{V}_{1N}}{a} \right| - |\dot{V}_2|}{\left| \frac{\dot{V}_{1N}}{a} \right|} * 100 \quad (2.77)$$

Para deducir la expresión de regulación en función de los parámetros se puede utilizar nuevamente la expresión (2.74), despejando V_{2N} que ahora corresponderá a V_2 , considerando V_1/a como V_{1N}/a . Se obtiene así:

$$|\dot{V}_2| = \sqrt{\left(\frac{V_{1N}}{a} \right)^2 - (R_{eq2} \sin \theta_2 - X_{eq2} \cos \theta_2)^2 I_2^2} - (R_{eq2} \cos \theta_2 + X_{eq2} \sin \theta_2) I_2 \quad (2.78)$$

Introduciendo (2.78) en (2.77), desarrollando la raíz en serie de potencia y ordenando se obtiene:

$$\text{Reg}\% = \left[(R_{eq} \cos \theta_2 + X_{eq} \sin \theta_2) I_2 + \frac{1}{2} (R_{eq} \sin \theta_2 - X_{eq} \cos \theta_2)^2 I_2^2 \right] * 100 \quad (2.79)$$

en que R_{eq} , X_{eq} , I_2 , están en por unidad base propia del transformador y donde sólo se han considerado dos términos de la serie de potencia.

Es importante hacer notar que como las definiciones son distintas, los resultados obtenidos son diferentes. Para efectos prácticos, en muchos casos se usa la expresión:

$$\text{Reg}\% = \left[(R_{eq} \cos \theta_2 + X_{eq} \sin \theta_2) I_2 \right] * 100 \quad (2.80)$$

2.15.- Conexión de transformadores en paralelo

2.15.1.- Introducción

La conexión de dos o más transformadores en paralelo permite:

- Ampliar la capacidad de una subestación para atender consumos adicionales permanentes o periódicos.
- Alimentar un consumo desde dos o más líneas o redes, con fines de seguridad de servicio y eficiencia.

En principio y sin mayor análisis, podemos indicar que para un buen funcionamiento de transformadores en paralelo, se debería cumplir en lo posible que:

- Sus potencias nominales no sean muy diferentes (relación no mayor de 1 : 3).
- Tengan iguales razones de transformación.
- La carga se distribuya entre ellos, en proporción a sus potencias nominales.
- La conexión se haga considerando las polaridades.

2.15.2.- Conexión en paralelo de transformadores con igual razón de transformación

La Figura 2.16 a) muestra el diagrama de la conexión en paralelo de dos transformadores de igual razón. La Figura 2.16 b) corresponde al circuito equivalente, despreciando la corriente de excitación, donde $Z_{eq2k} = R_{eq2k} + jX_{eq2k}$, con $k=1,2$; es la impedancia equivalente de cada uno de ellos, referida al secundario e I_{2k} es la corriente de cada transformador, referida al secundario.

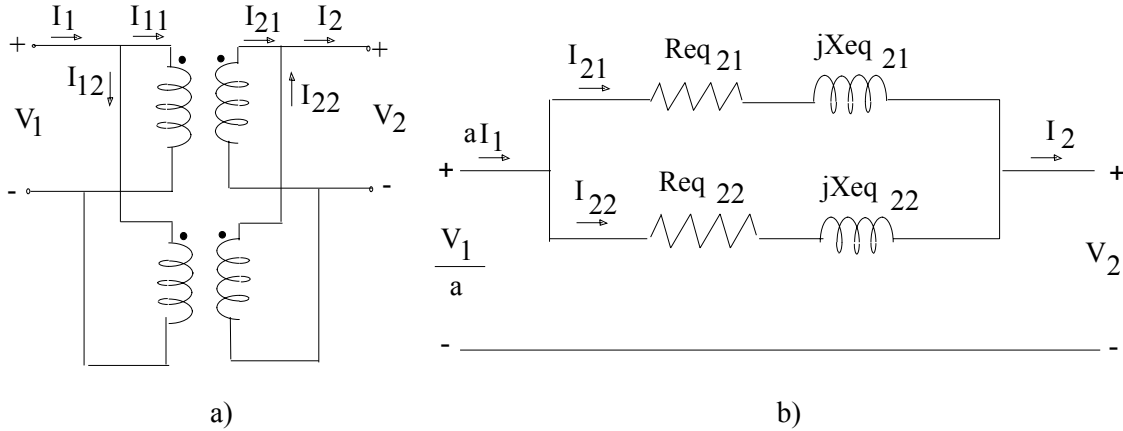


Figura 2.16.- Conexión en paralelo de transformadores de igual razón: a) Conexiones; b) Circuito Equivalente

A partir de la Figura 2.16 b) se puede escribir:

$$Z_{eq21}I_{21} = Z_{eq22}I_{22} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_{21}}{I_{22}} = \frac{Z_{eq22}}{Z_{eq21}} \quad \text{o bien} \quad \frac{I_{21}}{I_{22}} = \frac{Y_{eq21}}{Y_{eq22}} \quad (2.81)$$

Es decir, los transformadores de igual razón, conectados en paralelo, toman carga en proporción a sus admitancias equivalentes o sea en razón inversa a sus impedancias equivalentes. Por otra parte, si en (2.81) consideramos corrientes nominales y amplificamos el segundo miembro por V_{2N} , podemos escribir:

$$\frac{Z_{eq21}}{Z_{eq22}} = \frac{S_{2N}}{S_{1N}} \quad (2.82)$$

Lo que permite concluir que, cuando se conectan en paralelo transformadores de igual razón, ellos tomarán cargas proporcionales a sus potencias nominales, si sus impedancias equivalentes son inversamente proporcionales a sus potencias aparentes nominales.

En las expresiones (2.81) y (2.82) no se ha considerado el ángulo de las impedancias; esto se debe a que no tiene gran incidencia en las relaciones obtenidas.

2.15.3.- Conexión en paralelo de transformadores de distinta razón de transformación

Esta situación se puede presentar cuando a alguno de los transformadores se le cambia el número de espiras en uno de los enrollados (cambio de TAP o cambio del derivaciones). A pesar de que sus tensiones nominales son iguales (condición necesaria para la puesta en paralelo), el hecho indicado hace que las tensiones inducidas en los secundarios sean distintas.

Se considera aceptable el funcionamiento de transformadores con cambio de derivaciones, siempre que la "Corriente de circulación" no sea mayor que el 10% de la corriente nominal del transformador más pequeño. La Figura 2.17 muestra esta situación, donde:

$\dot{V}_1/a_1$: Tensión inducida en el secundario del transformador 1

$\dot{V}_1/a_2$: Tensión inducida en el secundario del transformador 2

a_1 y a_2 son las respectivas razones de transformación luego del cambio de TAP

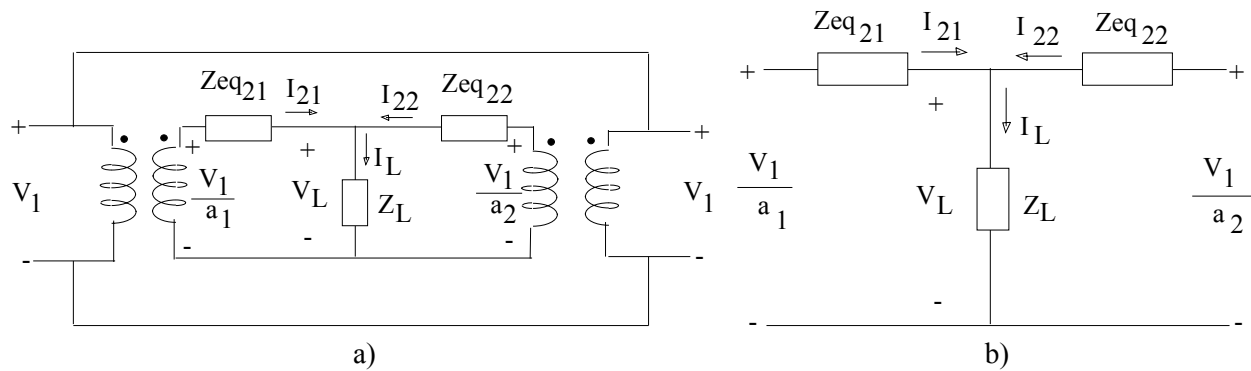


Figura 2.17.- Conexión en paralelo de dos transformadores de distinta razón: a) Diagrama, b) Circuito equivalente referido al secundario

A partir del circuito equivalente se puede obtener:

$$\dot{I}_{21} = \frac{Z_{eq22}}{Z_{eq21} + Z_{eq22}} \dot{I}_L + \dot{I}_c \quad (2.83)$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{Z_{eq21}}{Z_{eq21} + Z_{eq22}} \dot{I}_L - \dot{I}_c$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{V}_1 \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right)}{Z_{eq21} + Z_{eq22}} \quad (2.84)$$

Donde I_c , se denomina “corriente de circulación”; la que como se observa, no depende de la corriente de carga y circula por lo tanto, entre los transformadores, debido a la diferencia entre las razones de transformación. Se aprecia también, que si $a_1=a_2$, la corriente de circulación es cero.

2.16.- El autotransformador

2.16.1.- Introducción

Un transformador ordinario de dos enrollados, cuyos devanados primario y secundario se conectan en serie, recibe el nombre de autotransformador.

Las Figuras 2.18 a), b), c), d) muestran la forma en que se puede obtener un autotransformador elevador a partir del correspondiente transformador, donde las variables, $a', I'_1, I'_2, V'_1, V'_2$ corresponden al transformador; I_1, I_2, V_1, V_2 son las del autotransformador. E_1 y E_2 son las mismas en ambos casos. El bobinado 2 suele llamarse bobinado serie y el devanado 1, bobinado común.

Por otra parte, $Y_0 = g_c - jb_m$ es la admitancia de excitación y $Z_1 = R_1 + jX_1$; $Z_2 = R_2 + jX_2$ son las respectivas impedancias de los enrollados primario y secundario del transformador.

2.16.2.- Obtención del circuito equivalente del autotransformador elevador referido al primario

Normalmente la caída de tensión en la impedancia del primario Z_1 , es mucho menor que E_1 y por lo tanto, no se comete un gran error si en la Figura 2.18 d) se coloca la admitancia de excitación Y_0 en la entrada, tal como se muestra en la Figura 2.19.

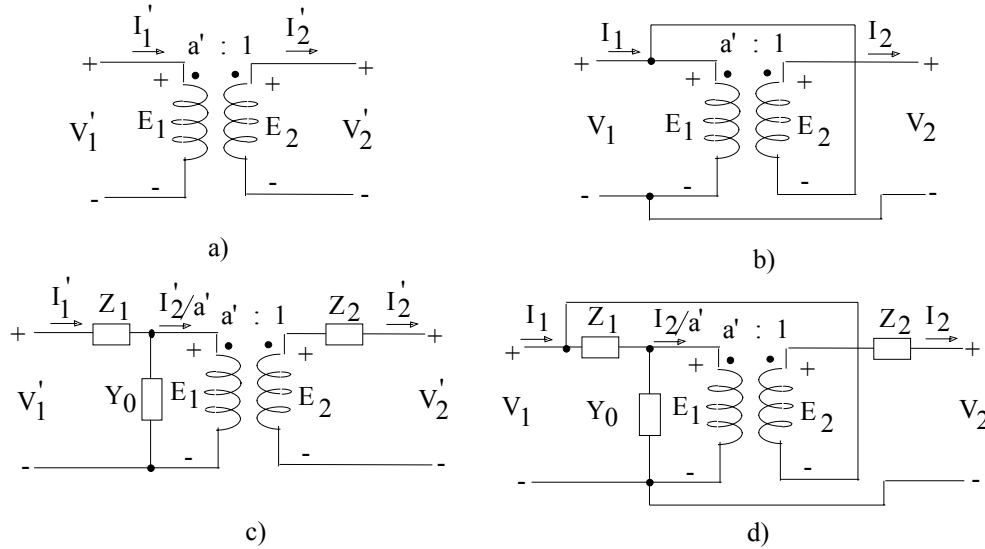


Figura 2.18.- Formación de un autotransformador a partir de un transformador: a) Diagrama del transformador b) Diagrama del autotransformador, c) y d) Circuitos equivalentes de ambos

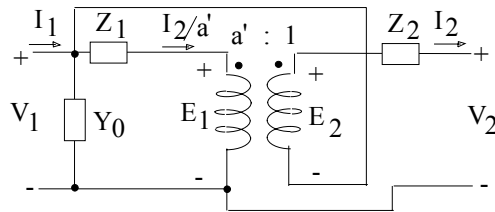


Fig. 2.19.- Circuito equivalente aproximado de un Autotransformador elevador

En la Figura 2.19 se pueden plantear las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= (R_1 + jX_1) \frac{\dot{I}_2}{a'} + \dot{E}_1 \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \dot{E}_2 - (R_2 + jX_2) \dot{I}_2 \\ \dot{E}_1 &= a' \dot{E}_2\end{aligned}\tag{2.85}$$

Combinando las ecuaciones anteriores se puede obtener finalmente:

$$\dot{V}_1 = \left[(1 - a)^2 (R_1 + jX_1) + a^2 (R_2 + jX_2) \right] \frac{\dot{I}_2}{a} + a \dot{V}_2\tag{2.86}$$

Ecuación en que todas las tensiones están referidas al primario y donde:

$$a = \frac{a'}{a' + 1} = \frac{N_1}{N_1 + N_2} < 1\tag{2.87}$$

es la razón de transformación del autotransformador elevador.

La ecuación (2.86) se puede representar mediante el circuito equivalente mostrado en la Figura 2.20, donde:

$$\begin{aligned} R_{eq1} &= (1-a)^2 R_1 + a^2 R_2 \\ X_{eq1} &= (1-a)^2 X_1 + a^2 X_2 \end{aligned} \quad (2.88)$$

son las resistencia y reactancia equivalentes referidas al primario, respectivamente

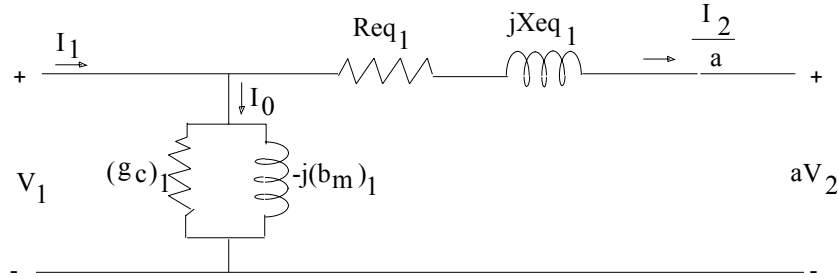


Fig. 2.20.- Circuito equivalente aproximado y referido al primario del autotransformador elevador

A partir de (2.88) se puede escribir también:

$$\begin{aligned} R_{eq1}(\text{Autotransformador}) &= (1-a)^2 R_{eq1}(\text{Transformador}) \\ X_{eq1}(\text{Autotransformador}) &= (1-a)^2 X_{eq1}(\text{Transformador}) \end{aligned} \quad (2.89)$$

El circuito equivalente se puede referir también al secundario, en cuyo caso:

$$\begin{aligned} R_{eq2} &= \frac{R_{eq1}}{a^2} = \frac{R_1}{a'^2} + R_2 \\ X_{eq2} &= \frac{X_{eq1}}{a^2} = \frac{X_1}{a'^2} + X_2 \end{aligned} \quad (2.90)$$

Es decir, bajo las consideraciones planteadas, las resistencia y reactancia equivalentes del autotransformador y del transformador elevador referidas al secundario son iguales. Además:

$$\begin{aligned} (g_c)_2 &= a^2 (g_c)_1 \\ (b_m)_2 &= a^2 (b_m)_1 \end{aligned} \quad (2.91)$$

2.16.3.- Autotransformador reductor

Bajo las mismas condiciones anteriores, se puede demostrar que:

$$\begin{aligned} Z_{eq1}(\text{Autotransformador reductor}) &= Z_{eq2}(\text{Autotransformador elevador}) \\ Z_{eq2}(\text{Autotransformador reductor}) &= Z_{eq1}(\text{Autotransformador elevador}) \end{aligned} \quad (2.92)$$

2.16.4.-Determinación de los parámetros

Las pruebas, la forma de efectuarlas y los cálculos para obtener los parámetros del circuito equivalente aproximado del autotransformador son similares a lo establecido para el transformador.

2.16.5.-Comparación entre las potencias nominales del autotransformador y del transformador

Considerando que en su funcionamiento como autotransformador, no se excedan las corrientes y tensiones de los enrollados del transformador, se puede demostrar que:

$$S_{2N} = (1 + a')S'_{2N} = \frac{1}{1 - a}S'_{2N} \quad (2.93)$$

Es decir; si la razón de transformación del autotransformador es cercana a la unidad, éste puede transferir una potencia nominal mucho mayor que la del transformador a partir del cual se armó. Ello se debe a que ahora, además de la potencia de transformación (T), se agrega la potencia de conducción (C). De acuerdo con esto, la potencia aparente S_{2N} se puede descomponer en dos partes:

$$\begin{aligned} T &= (1 - a)S_{2N} = V'_{2N} I'_{2N} \\ C &= aS_{2N} = V_{2N}I_{2N} - V'_{2N} I'_{2N} \end{aligned} \quad (2.94)$$

2.16.6.-Comparación entre las impedancias equivalentes del autotransformador y del transformador respectivo

Según (2.89) se tiene que:

$$Z_{eq1}(\text{autotransformador}) = (1 - a)^2 Z_{eq1}(\text{transformador}) \quad (2.95)$$

Como $a < 1$, se tendrá que la impedancia equivalente como autotransformador es menor que la del respectivo transformador. Este hecho trae dos consecuencias:

- Las pérdidas por efecto Joule (y totales) son menores en el autotransformador. Por lo tanto, el rendimiento es superior al del transformador.
- Las corrientes de cortocircuito son mayores en el autotransformador, por lo tanto, en el caso de una falla, los bobinados quedarán sometidos a corrientes mayores que para el respectivo transformador.